

$$1) (1^2 - 2 \cdot 3) : 11 \neq$$

$$(2^2 - 3 \cdot 4) : 11 \neq$$

$$(3^2 - 4 \cdot 5) : 11 = -1$$

$$(4^2 - 5 \cdot 6) : 11 \neq$$

$$(5^2 - 6 \cdot 7) : 11 \neq$$

$$(6^2 - 7 \cdot 8) : 11 \neq$$

$$(7^2 - 8 \cdot 9) : 11 \neq$$

$$(8^2 - 9 \cdot 10) : 11 \neq$$

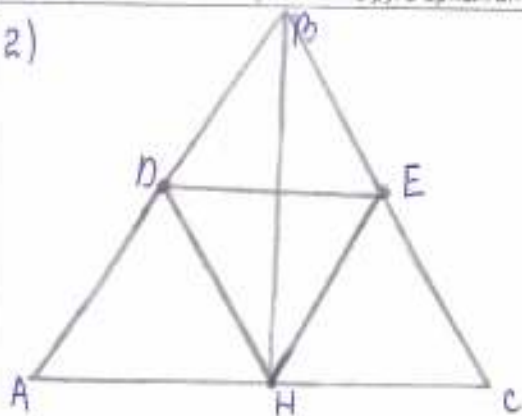
Answer: 3, 4, 5;

$$3) \begin{cases} a + b + c + d + e = 2021^{2022} \\ a^{729} + b^{243} + c^{81} + d^{27} + e^9 = 2022 \cdot 2021^{2021} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 44,5^{22} + 44,5^{1000} + 44,5^{500} + 44,5^{200} + 44,5^{300} = 2021^{2022} \\ 44454^{729} + 44454^{243} + 44454^{81} + 44454^{27} + 44454^9 = 2022 \cdot 2021^{2021} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2021^{2022} \\ 2022 \cdot 2021^{2021} \end{cases} \Rightarrow$$

2)



$\triangle ABC$ ,  $BH = h$   
 $D, E$  - сур.  $AB, BC$   
 $\triangle DEH$  - теңбестер.

Решение:

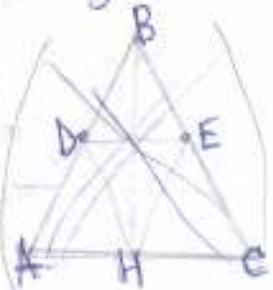
$$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{h}$$

$$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{BH}$$

Задача 1:

5, 4, 1, 7, 8, 6

Задача 2:



$\triangle ABC$  - теңбеуш.

$\triangle DNE$  - теңбеуш.

$DE \parallel AC$

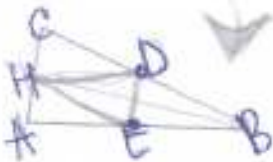
$BH \perp AC$

$BH \perp DE \Rightarrow AC = DE$

$\angle BHN = \angle B = \angle H$

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle DEN$  - теңбеуш.

Задача 3:



Задача 3:

$$\begin{cases} a+b+c+d+e=2021^{2022} \\ a^{729}+b^{223}+c^{81}+d^{27}+e^9=2023^{2021} \end{cases}$$

Задание 2.

$\triangle ABC$  - трикутник, остроуг.

$BH$  - висота.

$D$  и  $E$  середина  $AB$  и  $BC$

$\triangle BDE$  - равносторонний треугольник.

$D$  - т.е.:

$\triangle ABC$  - равносторонний.

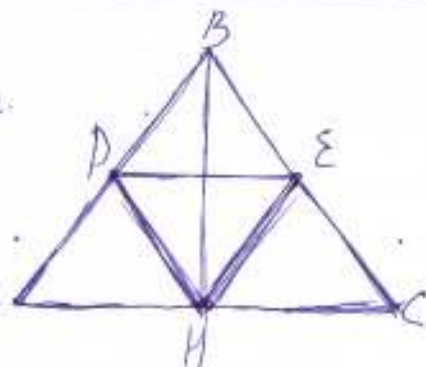
$D$  - б.о.:

Трикутник  $BDE$  ділить  $\triangle ABC$  на 4 рівних трикутників.

Із цього випливає, що  $\triangle ADH$ ,  $\triangle BDE$ ,  $\triangle EHC$ ,  $\triangle DEH$  мають однакові сторони.

Висота  $BH$  ділить сторону  $AC$  на дві рівні частини, із цього випливає, що  $AH$  і  $HC$  рівні.  $BD$  і  $AD$  рівні, так само  $BE$  і  $EC$ .

Із цього випливає, що всі трикутники всередині  $\triangle ABC$  рівні, випливає, що  $\triangle ABC$  є рівностороннім.



Задание 1.

1)  $\begin{matrix} 9 \\ 5, 4 \\ 1 \end{matrix}$     2)  $\begin{matrix} 4 \\ 3, 5 \\ 1 \end{matrix}$     3)  $\begin{matrix} 10 \\ 7, 6 \\ 2 \end{matrix}$     4)  $\begin{matrix} 10 \\ 6, 7 \\ 8 \end{matrix}$

1)  $(9^2 - 4 \cdot 1) : 11 = 7$     2)  $(4^2 - 5 \cdot 1) : 11 = 1$     3)  $(10^2 - 6 \cdot 2) : 11 = 8$

$(4^2 - 1 \cdot 5) : 11 = 1$      $(5^2 - 1 \cdot 3) : 11 = 2$      $(6^2 - 2 \cdot 7) : 11 = 2$

$(1^2 - 5 \cdot 9) : 11 = -4$      $(3^2 - 4 \cdot 5) : 11 = -1$      $(2^2 - 7 \cdot 10) : 11 = -6$

$(5^2 - 9 \cdot 4) : 11 = -1$      $(1^2 - 5 \cdot 4) : 11 = -1$      $(7^2 - 10 \cdot 6) : 11 = -1$

4)  $(10^2 - 8 \cdot 7) : 11 = 4$

$(8^2 - 4 \cdot 6) : 11 = 2$

$(7^2 - 6 \cdot 10) : 11 = -1$

$(6^2 - 10 \cdot 8) : 11 = -4$

Обратную сторону листа не заполнять / Обратную сторону листа не заполнять

Задача 3.

$$\begin{cases} a+b+c+d+e=2021^{2022} \\ a^{429}+b^{243}+c^{81}+d^{27}+e^9=2021^{2021} \end{cases}$$

$$a=1$$

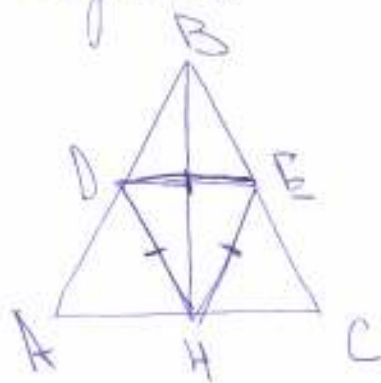
$$b=25$$

$$c=250$$

$$d=759$$

$$e=966.$$

## Задача 2



Дано:

D, E - середины AB и BC

 $\triangle ABC$  - остроугольный.

BH - высота

 $\triangle DEH$  - равносторонний.Доказать:  $\triangle ABC$  - равносторонний

Показательство.

 $\triangle DAH$ ;  $\triangle BDE$ ;  $\triangle EHC$ ;  $\triangle DEH$  - равносторонные.

DE - средняя линия  $\triangle ABC$  т.е.  $\triangle ABC$  делится на 4 равных  $\triangle$  BH - высота  
 значит  $AB = BC = AC$ ; тогда из этого  $\triangle ABC$  равносторонний.

## Задача 1.

Можно: 9; 7; 3; 6; 1; 2; 4; 8; 5; 10

## Задача 3.

$$\begin{cases} a+b+c+d+e = 2021^{2022} \\ a^{123} + b^{234} + c^{345} + d^{456} + e^{567} = 2022 \cdot 2021^{2021} \end{cases} \quad | : 1^3 \Rightarrow \begin{cases} a+b+c+d+e = 2021^{2022} \\ a^{120} + b^{231} + c^{338} + d^{449} + e^{564} = 2022 \cdot 2021^{2021} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c+d+e = 2021^{2022} \quad (\cdot -1) \\ a^{123} + b^{234} + c^{345} + d^{456} + e^{567} = 2022 \cdot 2021^{2021} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a-b-c-d-e = -2021^{2022} \\ a^{120} + b^{231} + c^{338} + d^{449} + e^{564} = 2022 \cdot 2021^{2021} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^{123} + b^{234} + c^{345} = 2022 \cdot 2021^{2021} - 10 \\ a^{120} + b^{231} + c^{338} = 2022 \cdot 2021^{2021} \end{cases}$$

Перекрестки и/или клетки, отмеченные знаком «X» / Обращать внимание на обратную сторону листа не требуется

1) Дәлелде

$$267, 139, 485, 10$$

$$267 = 6^2 - 2 \cdot 7 = 36 - 14 = 22 / : 11 = 2;$$

$$139 = 3^2 - 1 \cdot 9 = 9 - 9 = 0 / : 11 = 0;$$

$$485 = 8^2 - 4 \cdot 5 = 64 - 20 = 44 / : 11 = 4$$

2) Дано:

ABC

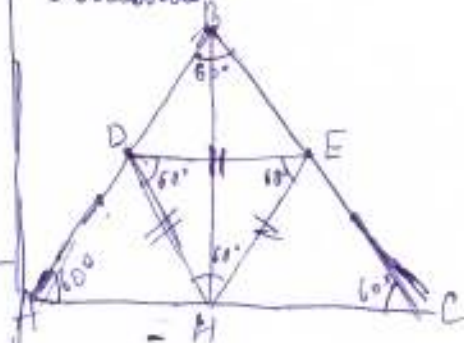
BH - высота

DEH - равносторонний

D, E - середины AB и BC

ABC - равносторонний

Решение:



ABC - равносторонний, т.к. все его углы равны и по  $60^\circ$ .

$$60^\circ \cdot 3 = 180^\circ - \text{сумма всех углов}$$

Высота BH делит треугольник ABC на два одинаковых прямоугольных треугольника.

$$3) \begin{cases} a+b+c+d+e = 2021^{2022} \\ a^{2029} + b^{2023} + c^{21} + d^{27} + e^9 = 20222021^{2021} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c+d+e = 448662 \\ a^{2029} + b^{2023} + c^{21} + d^{27} + e^9 = 825102861 \end{cases}$$

Задача 1.

Да, мөмкін.

267, 139, 485

Задача 2.



Дано:

$\triangle ABC$

DE - середина

BH - висота

$\triangle DEH$  - равностороний

Доказать равносторонний  $\triangle ABC$

Решение:

$$\triangle DEH = 180 : 3 = 60$$

BH делит  $\triangle ABC$  на два равных прямоугольных треугольника.

Задача 3

$$\begin{cases} a+b+c+d+e = 2022 \\ a^{202} + b^{202} + c^{202} + d^{202} + e^{202} = 20222021 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c+d+e = 2048662 \\ a^{202} + b^{202} + c^{202} + d^{202} + e^{202} = 229102861 \end{cases}$$



Задача 1

$$(b^2 - ac) : 11$$

$$(5^2 - 7 \cdot 2) : 11 = 1$$

1; 5; 10; 3; 6; 9; 2; 4; 8; 7; 10.

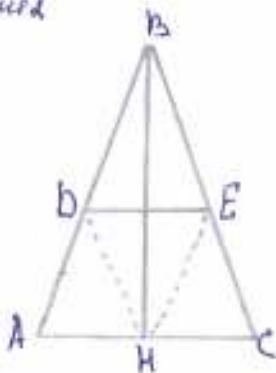
Задача 3

$$a + b + c + d + e = 1021 \text{ жана}$$

$$a^{129} + b^{243} + c^{27} + d^{27} + e^9 = 1021^{1021} \text{ жана}$$

$$\begin{cases} 1000 + 1000 + 10 + 10 + 2 = 1021^{1021} \\ 100000000^{243} + 1000000^{243} + 20000^9 + 10^{27} + 1^9 = 1021^{1021} \end{cases}$$

Задача 2

 $\triangle ABC$  - теңбүйрекші? $\triangle DEH$  - теңбүйрек. $\angle DH = \angle HE$ , а негізі  $ED = DH$ .бүткө  $180^\circ$  бұл сәулелер тең.

$$\angle DEH = 180 : 3 = 60^\circ$$

Сторона  $= DH; HE; HD =$  тең  $60^\circ$ 

$$\triangle ABC = 180^\circ$$

он дегенінен кейін бұл негізгі сәулелер  $60^\circ$ 

HB - биссектриса

сәулелерінен бүткө  $60 + 60 = 120$  (бүткө)

$$180 - 120 = 60^\circ$$

 $\angle ABE = 60^\circ$  теңбүйрекші.

№1.

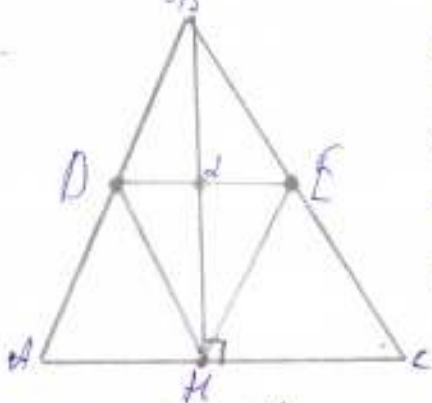
Решение: Если расставить по кругу числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, то получаются такие тройки - (1, 2, 3); (2, 3, 4); (3, 4, 5); (4, 5, 6); (5, 6, 7); (6, 7, 8); (7, 8, 9); (8, 9, 10). Чтобы эти тройки считались хорошими должно выполняться условие:  $\frac{b^2 - ac}{11} = \text{целое число, без остатка}$  → ~~используем в курсе~~ →

1)  $\frac{2^2 - 1 \cdot 3}{11} = \frac{1}{11}$  → не делится на 11 - эта тройка уже не соответствует условию,

потому не считается хорошей, а значит любая другая тройка не может быть хорошей.

Ответ: нет, нельзя.

№2.



Дано: D и E - середины сторон AB и AC остроуг.  $\triangle ABC$ ; BH - высота;  $\triangle DEH$  - равносторонний.

Доказать:  $\triangle ABC$  - равносторонний.

Доказательство: У равностороннего  $\triangle$  все углы равны  $60^\circ$  ( $180 : 3 = 60$ ).  
 (или) DE, DH, HE, если  $\triangle ABC$  равносторонний будут являться сторонами, соединяющими середины сторон, т.к. высота будет являться и медианой, и биссектрисой → Пусть d точка пересечения DE и BH →  $\angle DEH = \angle DHE$   
 $\angle BHE = \angle BHD = 30^\circ$  ( $60 : 2 = 30$ ) →  $\angle BHC = 90^\circ$  (т.к. BH высота  $\triangle ABC$ ) →  
 $\angle EHC = \angle BHC - \angle BHE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ , так же получим  $\angle DHA = \angle BHA - \angle BHD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$  → из этого получается, что H - середина стороны AC, т.к. (или) точки деление стороны  $\triangle ABC$  параллельно образуют равносторонний  $\triangle$ , то и сам  $\triangle ABC$  будет равносторонним.

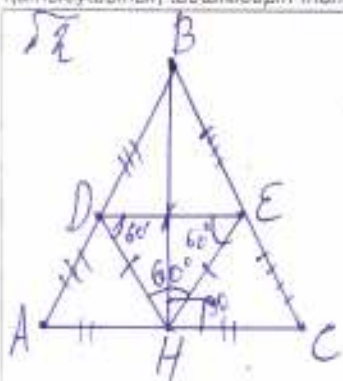
13.

$$\begin{cases} a+b+c+d+e=2021^{2022} \\ a^{2029}+b^{243}+c^{91}+d^{27}+e^9=20222021^{2021} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2021^{2022}-(b+c+d+e) \\ (2021^{2022}-(b+c+d+e))^{2029} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^{243}+c^{91}+d^{27}+e^9=2021^{1574038}-b^{2029}-c^{2029}-d^{2029}-e^{2029}+b^{243}+c^{91}+d^{27}+e^9= \\ 2021^{1574038}-b^{496}-c^{648}-d^{702}-e^{720}=20222021^{2021} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a=2021^{2022}-(b+c+d+e) \\ -b^{496}-c^{648}-d^{702}-e^{720}=20222021^{2021}-2021^{2022} \cdot 1574038 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a=2021^{2022}-(b+c+d+e) \\ -b^{496}-c \end{cases}$$



Рәсім  
 $ABC_{\Delta}$   
 $AD=BE$   
 $BE=EC$



$\sqrt{3}$

$$\sum_{k=1}^9 a^k + b^k + c^k + d^k + e^k = 2021 \cdot 2022$$

$$\sum_{k=1}^9 a^{2k-1} + b^{2k-1} + c^{2k-1} + d^{2k-1} + e^{2k-1} = 2021 \cdot 2021$$

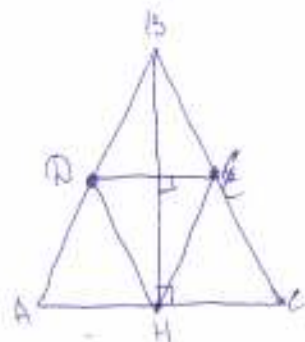
$$1) \left( \begin{matrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{matrix} \right) = \frac{b^2 - ac}{11} = \frac{5^2 - 2 \cdot 7}{11} = \frac{25 - 14}{11} = \frac{11}{11} = 1$$

$$2) \left( \begin{matrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{matrix} \right) = \frac{6^2 - 3 \cdot 1}{11} = \frac{36 - 3}{11} = 3$$

$$3) \left( \begin{matrix} 8 \\ 8 \\ 1 \end{matrix} \right) = \frac{8^2 - 8 \cdot 1}{11} = \frac{64 - 8}{11} = \frac{56}{11} = 5$$

$$4) \left( \begin{matrix} 7 \\ 5 \\ 1 \end{matrix} \right) = \frac{7^2 - 5 \cdot 1}{11} = \frac{49 - 5}{11} = 4$$

N2)



BH - биіктік

Дано:  $\triangle ABC$ ; Точки D и E середины сторон AB и BC;  $\triangle DEH$  равнобедренный.

Доказать, что  $\triangle ABC$  равнобедренный.  
 $\angle DH = \angle EH$ ;  $\angle A = \angle C$ .

$$N3) \begin{cases} a + b + c + d + e = 2021 \\ a^{729} + b^{1243} + c^{1117} + d^{117} + e^9 = 2022 \cdot 2021 \end{cases} \quad \left. \begin{matrix} 2022 \\ 2021 \equiv \end{matrix} \right\} \Rightarrow$$

№2



$$BH = \frac{AC}{2}$$

$$DE^2 = ABC \cdot 2$$

$$D = \frac{BA}{2}$$

$$E = \frac{BC}{2}$$

№1

$$(3^2 - 4 \cdot 5) = -11 ; 11 = -1$$

$$(5^2 - 7 \cdot 2) = 11 ; 11 = 1$$

Задача 1.

10, 32, 54, 18, 96, 4.

Можно

Задача 2



Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\triangle DEH$

$BE = DC$

$BE = EA = DC = BD$

$BH$  - высота,  $BH \perp AC$

$\triangle DEH$  - равносторонний

Доказать:

$\triangle ABC$  - равносторонний - ?

Решение:

Рассмотрим  $\triangle BEH$  и  $\triangle DCH$

$EH = CH$ , так высота проходит через точку  $H$

$\triangle BEH \cong \triangle DCH = \triangle AEH$ , так по теореме о равенстве  $\Delta$ , они равны если равны две стороны и угол.

Таким  $\triangle ABC$ .

Если  $\triangle AEH = \triangle DCH = \triangle BEH$ , то  $BE = EA$ , следовательно  $\triangle ABC$  - равнобедренный.

$AH = HC$ , так высота в равнобедренном  $\Delta$  делит его на 2 равные части

Если  $AH = HC$ , то все стороны в  $\triangle AEH$ ,  $\triangle DCH$ ,  $\triangle BEH$  все стороны равны  $\Rightarrow$

$AB = BC = AC$

$\triangle ABC$  - равносторонний.

Задача 3.

$$a + b + c + d + e = 2021^{2022}$$

$$\begin{cases} a^{429} + b^{243} + c^{81} + d^{27} + e^9 = 20222021^{2021} \Rightarrow \end{cases}$$

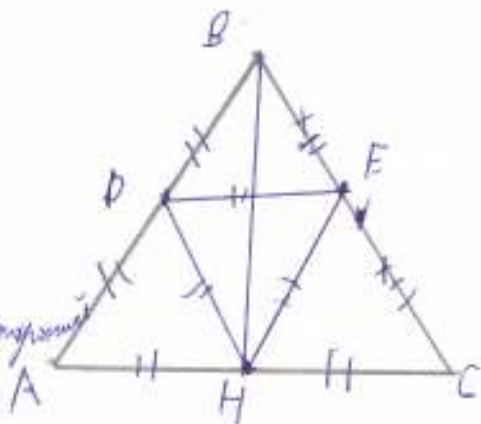
$$\begin{cases} a = 2021^{2022} - b - c - d - e \\ b = 2021^{2022} - a - c - d - e \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} c = 2021^{2022} - a - b - d - e \Rightarrow \\ d = 2021^{2022} - a - b - c - e \Rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} e = 2021^{2022} - a - b - c - d \\ a^{429} + b^{243} + c^{81} + d^{27} + e^9 = 20222021^{2021} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & (2021^{2022})^{429} - b^{429} - c^{429} - d^{429} - e^{429} + (2021^{2022})^{243} - a^{243} - c^{243} - e^{243} \\ & - e^{243} + (2021^{2022})^{81} - a^{81} - b^{81} - d^{81} - e^{81} + (2021^{2022})^{27} - a^{27} - b^{27} - c^{27} \\ & - e^{27} + (2021^{2022})^9 - a^9 - b^9 - c^9 - d^9 = 20222021^{2021} \end{aligned}$$



2 Дәлел:

 $\triangle ABC$  $D \perp BA$  $AD = BD$  $E \perp BC$  $BE = CE$  $DEH = \text{равнобедренный}$ 

Решение

ко стороне  $\Delta$  $AH = HE = DBE$ Гипотенуз  $AB = BC$  $ABC$  равнобедренный треугольник  $BH$  является  $A$  (высотой) $AH = HC = AD = DB = BE = EC$  то значит  $AC = AB = BC$ 

$ABC$  равнобедренный  
 Ответ:  $ABC$  равнобедренный

1) 4, 6, 9, 8, 1, 7, 5, 2, 3, 10

$$3) \begin{cases} a+b+c+d+e=2021^{2022} \\ a^{23}+b^{24}+c^{81}+d^{24}+e^9=2021^{2021} \end{cases}$$

$$a = 2021^{2022} - b - c - d - e \quad d = 2021^{2022} - a - b - c - e$$

$$e = 2021^{2021} - a - b - c - d$$

$$b = 2021^{2022} - a - c - d - e$$

$$c = 2021^{2022} - a - b - d - e$$

Парақтың артық жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять.

$$(2021 - a - c - d - e)^{429} + (2021 - a - c - d - e)^{293} + (2021 - a - b - d - e)^{81} + (2021 - a - b - c - e)^{24} + (2021 - a - b - c - d)^9 = 20222021^{2021}$$

$$(2021 - a - c - d - e)^{429} + (2021 - a - c - d - e)^{293} + (2021 - a - b - d - e)^{81} + (2021 - a - b - c - e)^{24} + (2021 - a - b - c - d)^9 = 20222021^{2021}$$

$$(2021 - a - c - d - e)^{429} + (2021 - a - c - d - e)^{293} + (2021 - a - b - d - e)^{81} + (2021 - a - b - c - e)^{24} + (2021 - a - b - c - d)^9 = 20222021^{2021}$$